

CALCUL DE LA TEMPÉRATURE CRITIQUE DU FLAMBEMENT THERMIQUE DES PLAQUES SANDWICHES EN FGM

CHIKH ABDELBAKI¹, ADDA BEDIA E.A^{1,2}, A. TOUNSI^{1,2}

¹Laboratoire des Matériaux et Hydrologie, Université de Sidi Bel Abbès

²Faculté de génie civil, Université de Sidi Bel Abbès

RÉSUMÉ

Un des problèmes actuels des structures «sandwiches» en matériaux à gradient de propriétés est l'analyse de la distribution du champ des contraintes d'origine thermiques dans l'épaisseur.

L'intérêt de cette étude est l'analyse du comportement de flambement thermique des plaques épaisses sandwiches en FGM en utilisant la nouvelle théorie de la plaque raffinée et faire une étude comparative entre les différents modèles de la littérature qui incluent ou non la déformation normale et basés sur l'introduction d'une distribution non linéaire sur l'épaisseur des champs de déplacements. Plusieurs types de plaques sandwiches sont utilisés en tenant compte ou pas de la symétrie de la plaque et l'épaisseur de chaque couche. On suppose que les propriétés matérielles et le coefficient de dilatation thermique de la plaque sandwich varient sans interruption dans la direction de l'épaisseur selon une simple distribution de loi de puissance en fonction de la fraction volumique des constituants.

Les résultats obtenus en utilisant la présente théorie et les autres théories de déformation de cisaillement sont presque identiques. On peut dire que la théorie proposée est précise et simple pour résoudre le comportement en flambement thermique des plaques FGM.

1. INTRODUCTION

Les matériaux à gradient de propriétés sont des matériaux composites formés de deux ou plusieurs phases constitutives avec une composition variable et continue dans l'espace.

Les FGM sont généralement associées à des particules composites où la fraction volumique des particules varie dans une ou plusieurs directions de l'espace. L'un des avantages de la variation continue de la fraction volumique des phases constitutives est l'élimination de la discontinuité des contraintes qui sont souvent rencontrées dans les composites stratifiés et sandwichs à supporter un environnement thermique élevé et pour fournir la rigidité de la structure. Les FGM sont meilleurs pour les stratifiés composites en raison d'un changement progressif dans leurs propriétés élastiques, en particulier le long de la direction de l'épaisseur.

Cependant, dans la littérature sur l'analyse de la plaque de FGM on peut trouver : Reddy [1] présente une formulation théorique et des modèles en éléments finis sur la base du troisième ordre de la théorie de déformation et de cisaillement pour l'analyse statique et dynamique des plaques de FGM; Bouazza et al. [2] ont étudié la déformation thermo-élastique de FGP en utilisant la théorie de la première plaque de cisaillement ; Zenkour [3] ont étudié la réponse de flexion, de flambage et sans vibration de plaque sandwich simplement appuyée gradation fonctionnelle en utilisant la théorie de la plaque de déformation sinusoïdale en cisaillement ; Tounsi et ses collègues [4-5] ont présenté une nouvelle théorie des plaques qui impliquent seulement quatre fonctions inconnues et prennent en compte les déformations de cisaillement ; Ameer et al. [6] ont, à leur tour, présenté une nouvelle théorie trigonométrique de plaque de déformation au cisaillement impliquant seulement quatre fonctions inconnues pour l'analyse de la flexion des plaques de FGM reposant sur une fondation élastique ; El Meiche et al. [7] ont étudié le flambage et les vibrations de plaques de FGM en utilisant une nouvelle théorie hyperbolique raffinée de plaque déformable au cisaillement avec seulement quatre fonctions inconnues. Dans cet article, les charges thermiques sont supposées non linéaires. Des exemples sont donnés afin de démontrer les résultats obtenus avec différents types de système des plaques de FGM.

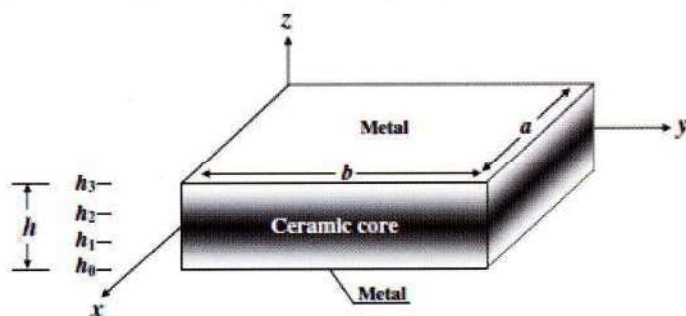


Figure 1 : Géométrie de la plaque sandwich en (FGM).

La géométrie et les dimensions de la plaque rectangulaire en FGM à l'étude sont représentées sur la figure 1. Les coordonnées cartésiennes rectangulaires (x, y, z) sont utilisées pour décrire les déformations infinitésimales d'une plaque élastique à trois couches en sandwich et dont les axes sont parallèles aux bords de la plaque. La plaque a une longueur a , une largeur b et une épaisseur uniforme h . Le plan médian de la plaque composite en sandwich est définie par $z = 0$. Les positions verticales de la surface de fond, les deux interfaces entre la base et fait face à des couches, et la surface supérieure sont désignées respectivement par : $h_0 = -\frac{h}{2}, h_1, h_2$ et $h_3 = \frac{h}{2}$.

Les propriétés des matériaux efficaces pour chaque couche, telles que le module d'Young, coefficient de Poisson et le coefficient de dilatation thermique, peuvent être exprimés par : $P^{(n)}(z) = P_m + (P_c - P_m)V^{(n)}$ (1)

Où $P^{(n)}$ est la propriété du matériel efficace de FGM de la couche n .

P_m, P_c : représentent la propriété de la partie inférieure et la face supérieure de la couche 1 $h_0 \leq z \leq h_1$, respectivement, et vice-versa pour la couche 3 $h_2 \leq z \leq h_3$ en fonction de la fraction volumique $V^{(n)}$ ($n = 1, 2, 3$). Notez que sont, respectivement, les propriétés correspondant du métal et de la céramique de la plaque FGM sandwich. La fraction volumique est donner par :

$$V^{(1)} = \left(\frac{z - h_0}{h_1 - h_0} \right)^k, z \in [h_0, h_1] \quad (2a)$$

$$V^{(2)} = 1, z \in [h_1, h_2] \quad (2b)$$

$$V^{(3)} = \left(\frac{z - h_3}{h_2 - h_3} \right)^k, z \in [h_2, h_3] \quad (2c)$$

Où k est l'exposant de la fraction de volume, qui prend des valeurs plus grandes que zéro ou égales. La couche de base est indépendante de la valeur de k qui est une couche entièrement en céramique. Toutefois, la valeur de k égale à zéro représente une plaque entièrement en céramique. La loi de puissance, hypothèse donnée dans les équations (2a) et (2c), reflète une simple règle de mélanges utilisés pour obtenir les propriétés effectives des faces de la plaque de métal-céramique et céramique-métal (figure 1). A noter que la fraction volumique du métal est élevée à proximité du fond et les surfaces supérieures de la plaque de céramique et qui est élevée à proximité des interfaces.

2. CINÉMATIQUE ET ÉQUATIONS CONSTITUTIVES

Le champ de déplacement peut être obtenu comme suit :

$$\begin{aligned} u(x, y, z) &= u_0(x, y) - z \cdot \frac{\partial w_b}{\partial x} - f(z) \cdot \frac{\partial w_s}{\partial x} \\ v(x, y, z) &= v_0(x, y) - z \cdot \frac{\partial w_b}{\partial y} - f(z) \cdot \frac{\partial w_s}{\partial y} \\ w(x, y, z) &= w_b(x, y) + w_s(x, y) \end{aligned} \quad (3)$$

Où :

$$f(z) = z \cdot \left[\frac{-1}{4} + \frac{5}{3} \cdot \left(\frac{z}{h} \right)^2 \right] \quad (4)$$

Les équations non linéaires de contrainte-déplacement de Von Karman sont comme suit :

$$\varepsilon_x = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right)^2 \quad (5)$$

$$\varepsilon_y = \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} + \frac{\partial w_s}{\partial y} \right)^2 \quad (6)$$

$$\varepsilon_z = 0 \quad (7)$$

$$\gamma_{xy} = \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial y} + \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} + \frac{\partial w_s}{\partial y} \right) \quad (8)$$

$$\gamma_{yz} = \frac{\partial v}{\partial z} + \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} + \frac{\partial w_s}{\partial y} \right) \quad (9)$$

$$\gamma_{xz} = \frac{\partial u}{\partial z} + \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right) \quad (10)$$

Sur la base du champ de déplacement donné, les Eqs. (3) à (10) deviennent :

$$\varepsilon_x = \varepsilon_x^0 + z \cdot k_x^b + f(z) \cdot k_x^s \quad (11)$$

$$\varepsilon_y = \varepsilon_y^0 + z \cdot k_y^b + f(z) \cdot k_y^s \quad (12)$$

$$\varepsilon_z = 0 \quad (13)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + z \cdot k_{xy}^b + f(z) \cdot k_{xy}^s \quad (14)$$

$$\gamma_{yz} = g(z) \cdot \gamma_{yz}^s \quad (15)$$

$$\begin{aligned} \gamma_{xz} \\ = g(z) \cdot \gamma_{xz}^s \end{aligned} \quad (16)$$

Où :

$$\varepsilon_x^0 = \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right)^2$$

$$k_x^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial x^2}$$

$$k_x^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial x^2}$$

$$\varepsilon_y^0 = \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} + \frac{\partial w_s}{\partial y} \right)^2$$

$$k_y^b = -\frac{\partial^2 w_b}{\partial y^2}$$

$$k_y^s = -\frac{\partial^2 w_s}{\partial y^2}$$

$$\gamma_{xy}^0 = \frac{\partial v_0}{\partial x} + \frac{\partial u_0}{\partial y} + \left(\frac{\partial w_b}{\partial x} + \frac{\partial w_s}{\partial x} \right) \cdot \left(\frac{\partial w_b}{\partial y} + \frac{\partial w_s}{\partial y} \right) \quad (17)$$

$$k_{xy}^b = -2 \cdot \frac{\partial^2 w_b}{\partial x \partial y}$$

$$k_{xy}^s = -2 \cdot \frac{\partial^2 w_s}{\partial x \partial y}$$

$$\gamma_{yz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial y}$$

$$\gamma_{xz}^s = \frac{\partial w_s}{\partial x}$$

$$g(z) = 1 - f'(z)$$

Pour FGM élastique et isotrope, les relations constitutives peuvent être écrites comme suit :

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} Q_{11} & Q_{12} & 0 \\ Q_{12} & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & Q_{66} \end{bmatrix}^{(n)} \cdot \begin{Bmatrix} \varepsilon_x - \alpha T \\ \varepsilon_y - \alpha T \\ \gamma_{xy} \end{Bmatrix}^{(n)} \quad \text{Et}$$

$$\begin{Bmatrix} \tau_{yz} \\ \tau_{zx} \end{Bmatrix}^{(n)} = \begin{bmatrix} Q_{44} & 0 \\ 0 & Q_{55} \end{bmatrix}^{(n)} \cdot \begin{Bmatrix} \gamma_{yz} \\ \gamma_{zx} \end{Bmatrix}^{(n)} \quad (18)$$

où $(\sigma_x, \sigma_y, \tau_{xy}, \tau_{yz}, \tau_{zx})$ et $(\varepsilon_x, \varepsilon_y, \gamma_{xy}, \gamma_{yz}, \gamma_{zx})$ sont les composants d'effort et de contrainte, respectivement. Utilisant les propriétés matérielles définies dans Eq. (1), les coefficients de rigidité Q_{ij} peuvent être exprimés par :

$$Q_{11}^{(n)} = Q_{22}^{(n)} = \frac{E^{(n)}(z)}{1 - \nu^2}$$

$$Q_{12}^{(n)} = \frac{\nu E^{(n)}(z)}{1 - \nu^2} \quad (19)$$

$$Q_{44}^{(n)} = Q_{55}^{(n)} = Q_{66}^{(n)} = \frac{E^{(n)}(z)}{2(1 - \nu)}$$

$T(x, y, z)$: est l'élévation de température à travers l'épaisseur.

3. ÉQUATIONS DE STABILITÉ

L'énergie potentielle totale de la plaque sandwich FGM peut être écrite comme :

$$U = \frac{1}{2} \iiint \left[\sigma_x^{(n)} (\varepsilon_x - \alpha^{(n)} T) + \sigma_y^{(n)} (\varepsilon_y - \alpha^{(n)} T) + \tau_{xy}^{(n)} \gamma_{xy} + \tau_{yz}^{(n)} \gamma_{yz} + \tau_{xz}^{(n)} \gamma_{xz} \right] dx dy dz \quad (20)$$

Le principe des travaux virtuels au présent problème peut être exprimé comme suit :

$$\iint \left[N_x \delta \varepsilon_x^0 + N_y \delta \varepsilon_y^0 + N_{xy} \delta \gamma_{xy}^0 + M_x^b \delta k_x^b + M_y^b \delta k_y^b + M_{xy}^b \delta k_{xy}^b + M_x^s \delta k_x^s + M_y^s \delta k_y^s + M_{xy}^s \delta k_{xy}^s + S_{yz}^s \delta \gamma_{yz}^s + S_{xz}^s \delta \gamma_{xz}^s \right] dx dy \quad (21)$$

Où :

$$\begin{Bmatrix} N_x & N_y & N_{xy} \\ M_x^b & M_y^b & M_{xy}^b \\ M_x^s & M_y^s & M_{xy}^s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} (\sigma_x, \sigma_y, \sigma_{xy})^{(n)} \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{Bmatrix} dz \quad (22)$$

$$(S_{xz}^s, S_{yz}^s) = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} (\tau_{xz}, \tau_{yz})^{(n)} g(z) dz \quad (23)$$

Où : h_n, h_{n-1} sont les coordonnées z supérieure et inférieure de la n^{ème} couche. En utilisant l'équation (18) dans l'équation (22) et (23), les résultantes des contraintes d'une plaque sandwich, composé de trois couches peuvent être liées au nombre total de couches par :

$$\begin{Bmatrix} N \\ M^b \\ M^s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B & B^s \\ A & D & B^s \\ B^s & D^s & H^s \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon \\ K^b \\ K^s \end{Bmatrix} - \begin{Bmatrix} N^T \\ M^{bT} \\ M^{sT} \end{Bmatrix} \quad (24)$$

Où :

$$\begin{aligned} S &= A^s \gamma \\ N &= \{N_x \ N_y \ N_{xy}\}^T, M^b = \{M_x^b \ M_y^b \ M_{xy}^b\}^T, M^s = \{M_x^s \ M_y^s \ M_{xy}^s\}^T \\ N^T &= \{N_x^T \ N_y^T \ 0\}^T, M^{bT} = \{M_x^{bT} \ M_y^{bT} \ 0\}^T, M^{sT} = \{M_x^{sT} \ M_y^{sT} \ 0\}^T \\ \varepsilon &= \{\varepsilon_x^0 \ \varepsilon_y^0 \ \gamma_{xy}^0\}^T, k^b = \{k_x^b \ k_y^b \ k_{xy}^b\}^T, k^s = \{k_x^s \ k_y^s \ k_{xy}^s\}^T \\ A &= \begin{bmatrix} A_{11} & A_{12} & 0 \\ A_{12} & A_{22} & 0 \\ 0 & 0 & A_{66} \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} & 0 \\ B_{12} & B_{22} & 0 \\ 0 & 0 & B_{66} \end{bmatrix}, D = \begin{bmatrix} D_{11} & D_{12} & 0 \\ D_{12} & D_{22} & 0 \\ 0 & 0 & D_{66} \end{bmatrix} \\ B^s &= \begin{bmatrix} B_{11}^s & B_{12}^s & 0 \\ B_{12}^s & B_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & B_{66}^s \end{bmatrix}, D^s = \begin{bmatrix} D_{11}^s & D_{12}^s & 0 \\ D_{12}^s & D_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & D_{66}^s \end{bmatrix}, H^s = \begin{bmatrix} H_{11}^s & H_{12}^s & 0 \\ H_{12}^s & H_{22}^s & 0 \\ 0 & 0 & H_{66}^s \end{bmatrix} \\ S &= \{S_{yz}^s, S_{xz}^s\}^T, \gamma = \{\gamma_{yz}, \gamma_{xz}\}^T, A^s = \begin{bmatrix} A_{44}^s & 0 \\ 0 & A_{55}^s \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (25)$$

Où A_{ij}, B_{ij} etc., sont la rigidité de la plaque, définie par :

$$\begin{Bmatrix} A_{11} & B_{11} & D_{11} & B_{11}^s & D_{11}^s & H_{11}^s \\ A_{12} & B_{12} & D_{12} & B_{12}^s & D_{12}^s & H_{12}^s \\ A_{66} & B_{66} & D_{66} & B_{66}^s & D_{66}^s & H_{66}^s \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} Q_{11}^{(n)} (1, z, z^2, f(z), zf(z), (f(z))^2) \begin{Bmatrix} 1 \\ v^{(n)} \\ 1-v^{(n)} \end{Bmatrix} dz \quad (26)$$

Et :

$$\begin{aligned} (A_{22}, B_{22}, D_{22}, B_{22}^s, D_{22}^s, H_{22}^s) &= (A_{11}, B_{11}, D_{11}, B_{11}^s, D_{11}^s, H_{11}^s) \\ Q_{11}^{(n)} &= \frac{E(z)}{1-\nu^2} \\ A_{44}^s &= A_{55}^s = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E(z)}{2(1+\nu)} [g(z)]^2 dz \end{aligned} \quad (27)$$

Les contraintes et moments résultants $N_x^T = N_y^T, M_x^{bT} = M_y^{bT}$ et $M_x^{sT} = M_y^{sT}$ dus au chargement thermique sont définis par :

$$\begin{Bmatrix} N^T \\ M_x^{bT} \\ M_y^{sT} \end{Bmatrix} = \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{E(z)^{(n)}}{(1-\nu)} \alpha^{(n)}(z) T \begin{Bmatrix} 1 \\ z \\ f(z) \end{Bmatrix} dz \quad (28)$$

Les équations de la stabilité de la plaque peuvent être dérivées par le critère d'équilibre adjacent. On suppose que l'état de la plaque de FGM sous des charges thermiques d'équilibre est défini en termes des composantes de déplacement ($u_0^0, v_0^0, w_b^0, w_s^0$). Les éléments de déplacement d'un état stable voisins différent par rapport à la position d'équilibre ($u_0^1, v_0^1, w_b^1, w_s^1$). Ainsi, les déplacements totaux d'un état voisin sont :

$$u_0 = u_0^0 + u_0^1, v_0 = v_0^0 + v_0^1, w_b = w_b^0 + w_b^1, w_s = w_s^0 + w_s^1 \quad (29)$$

où l'indice supérieur 1 se réfère à l'état de la stabilité et l'exposant 0 se réfère à l'état de conditions d'équilibre.

En substituant les équations (17) et (29) dans l'équation (21) et l'intégration par parties et ensuite en égalisant les coefficients $\delta u_0^1, \delta v_0^1, \delta w_b^1$ et δw_s^1 zéro et séparons les équations qui régissent la stabilité sont obtenus pour les théories de la plaque de déformation de cisaillement en tant que :

$$\begin{aligned} \frac{\partial N_x^1}{\partial x} + \frac{\partial N_{xy}^1}{\partial y} &= 0 \\ \frac{\partial N_y^1}{\partial y} + \frac{\partial N_{xy}^1}{\partial x} &= 0 \\ \frac{\partial^2 M_x^{b1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y^{b1}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{b1}}{\partial x \partial y} + \bar{N} &= 0 \\ \frac{\partial^2 M_x^{s1}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 M_y^{s1}}{\partial y^2} + 2 \frac{\partial^2 M_{xy}^{s1}}{\partial x \partial y} + \frac{\partial S_{xz}^s}{\partial x} + \frac{\partial S_{yz}^s}{\partial y} + \bar{N} &= 0 \end{aligned} \quad (30)$$

Avec :

$$\bar{N} = \left[N_x^0 \frac{\partial^2 (w_b^1 + w_s^1)}{\partial x^2} + N_y^0 \frac{\partial^2 (w_b^1 + w_s^1)}{\partial y^2} \right] \quad (31)$$

Où :

$$N_x^0 = N_y^0 = - \sum_{n=1}^3 \int_{h_{n-1}}^{h_n} \frac{\alpha^{(n)}(z) E^{(n)}(z)}{(1-\nu)} T dz \quad (32)$$

4. SOLUTION DE FLAMBEMENT THERMIQUE

Les plaques rectangulaires sont généralement classées en fonction du type de support utilisé. Nous traitons ici avec la solution exacte des équations (30) pour une plaque FGM sandwich simplement appuyée.

$$v_0^1 = w_b^1 = w_s^1 = \frac{\partial w_s^1}{\partial y} = N_x^1 = M_x^{b1} = M_x^{s1} = 0 \text{ à } x = 0, a, \quad (33)$$

$$u_0^1 = w_b^1 = w_s^1 = \frac{\partial w_s^1}{\partial x} = N_y^1 = M_y^{b1} = M_y^{s1} = 0 \text{ à } y = 0, b. \quad (34)$$

La solution approximative suivante est pour remplir l'équation et les conditions aux limites :

$$\begin{Bmatrix} u_0^1 \\ v_0^1 \\ w_b^1 \\ w_s^1 \end{Bmatrix} = \sum_{m=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} U_{mn}^1 \cos(\lambda x) \sin(\mu y) \\ V_{mn}^1 \sin(\lambda x) \cos(\mu y) \\ W_{bmn}^1 \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \\ W_{smn}^1 \sin(\lambda x) \sin(\mu y) \end{Bmatrix} \quad (35)$$

Où: $U_{mn}^1, V_{mn}^1, W_{bmn}^1$ et W_{smn}^1 sont les paramètres arbitraires à déterminer et $\lambda = m\pi/a$ et $\mu = n\pi/b$. La substitution de l'Eq.(35) dans l'Eq.(31), donne :

$$[K] \cdot \{\Delta\} = 0 \quad (36)$$

Où :

$$\{\Delta\} = \{U_{mn}^1, V_{mn}^1, W_{bmn}^1, W_{smn}^1\}^T \quad (37)$$

5. FLAMBAGE DE PLAQUES DE FGM SOUMISES AU CHANGEMENT DE TEMPÉRATURE GRADUELLE À TRAVERS UNE ÉPAISSEUR

On suppose que la température de la surface supérieure soit T_t et la température varie de T_t en fonction de la variation en loi de puissance à travers l'épaisseur, à la surface inférieure de la température T_b dans lequel la plaque flambe. Dans ce cas, la température à travers l'épaisseur est donnée par :

$$T(z) = \Delta T \left(\frac{z}{h} + \frac{1}{2} \right)^y + T_t \quad (38)$$

lorsque la différence de température de flambage $\Delta T = T_b - T_t$ et y l'exposant de la température $0 < y < \infty$. A Noter

que la valeur égale à l'unité représente un changement de température linéaire à travers l'épaisseur, bien que la valeur de l'exclusion de l'unité correspond à une variation de température non linéaire à travers l'épaisseur.

6. RÉSULTATS NUMÉRIQUES

Pour illustrer l'approche proposée, on considère une plaque sandwich gradation fonctionnelle céramique-métal. La combinaison de matériaux est constituée de titane et zircon. Le module d'Young et le coefficient de dilatation thermique du titane et du zircon sont donnés dans le tableau 1. L'approche générale décrite dans les sections précédentes pour l'analyse de flambement thermique des plaques FGM sandwich sous température non-linéaire à travers l'épaisseur est illustrée dans cette section en utilisant la théorie des plaques raffinées. Dans la suite, nous notons que plusieurs types de plaques de FGM sont utilisés.

• Le (1-0-1) FGM plaque sandwich

La plaque est symétrique et en seulement deux couches de FGM d'égale épaisseur sans couche de base. Ainsi $h_0 = -h/2, h_1 = 0, h_2 = 0, h_3 = h/2$.

• Le (1-1-1) FGM plaque sandwich

La plaque est symétrique et composée de trois couches d'épaisseur égale. Dans ce cas, nous avons $h_0 = -h/2, h_1 = -h/6, h_2 = h/6, h_3 = h/2$.

• Le (1-2-1) FGM plaque sandwich

Ici, l'épaisseur de l'âme est deux fois l'épaisseur de la face. Puis $h_0 = -h/2, h_1 = -h/4, h_2 = h/4, h_3 = h/2$

• Le (2-1-2) FGM plaque sandwich

La plaque est symétrique et on a : $h_0 = -h/2, h_1 = -h/10, h_2 = h/10, h_3 = h/2$

• Le (3-1-3) FGM plaque sandwich

Ici, la plaque est également symétrique et l'épaisseur de l'âme est la moitié de l'épaisseur de la face. Dans ce cas, nous avons : $h_0 = -h/2, h_1 = -h/14, h_2 = h/14, h_3 = h/2$

Tableau 1 : Propriétés matérielles utilisées dans la plaque sandwich en FGM.

Propriétés	Métal : Ti-6Al-4V	céramique : ZrO ₂
E (GPa)	66,2	244,27
ν	0,3	0,3
α (10 ⁻⁶ /K)	10,3	12,766

Tableau 2: Température critique de flambement T_{cr} de matériau à gradation fonctionnelle (FGM) de plaques carrées sandwich sous température non-linéaire à travers l'épaisseur ($\gamma = 5$) et ($a/h=5$) [10].

système	T_{cr}					
	k	Théorie				
		Présent	SSDPT	TSDPT	FSDPT	CPT
(1-0-1)	0 (Céramique)	19,269147	19,27651	19,26915	19,25957	23,63820
	0,2	20,564787	20,57531	20,56479	20,41729	24,58692
	0,5	21,613374	21,62878	21,61337	21,34246	25,21986
	1	22,410740	22,43462	22,41074	22,02700	25,60494
	2	23,029261	23,06831	23,02926	22,52869	25,96247
	5	23,709630	23,77153	23,70963	23,12129	26,92893
	10	24,011275	24,07633	24,01127	23,49484	27,82720
	∞ (Métal)	23,918431	23,92755	23,91843	23,90656	29,33351
(1-1-1)	0 (Céramique)	19,269147	19,27651	19,26915	19,25957	23,63820
	0,2	20,308763	20,31595	20,30876	20,18492	24,34093
	0,5	21,124378	21,13244	21,12438	20,89907	24,74530
	1	21,691956	21,70318	21,69196	21,37713	24,85771
	2	21,983039	22,00152	21,98304	21,58175	24,69501
	5	22,063166	22,09533	22,06317	21,56445	24,41235
	10	22,107079	22,17208	22,10708	21,55996	24,36712
	∞ (Métal)	23,918431	23,92755	23,91843	23,90656	29,33351
(2-1-2)	0 (Céramique)	19,269147	19,27651	19,26915	19,25957	23,63820
	0,2	20,424632	20,43388	20,42463	20,28528	24,43703
	0,5	21,338219	21,35073	21,33822	21,08307	24,91598
	1	21,982788	22,00140	21,98279	21,62417	25,09061
	2	22,352753	22,38252	22,35275	21,89055	25,02775
	5	22,614894	22,66384	22,61489	22,03367	25,04991
	10	22,813171	22,86373	22,81317	22,17958	25,28770
	∞ (Métal)	23,918431	23,92755	23,91843	23,90656	29,33351
(3-1-3)	0 (Céramique)	19,269147	19,27651	19,26915	19,25957	23,63820
	0,2	20,468327	20,47819	20,46833	20,32483	24,47887
	0,5	21,421475	21,43534	21,42148	21,15824	24,99617
	1	22,104586	22,12553	22,10459	21,73355	25,21549
	2	22,530548	22,56412	22,53055	22,04964	25,23797
	5	22,910151	22,96510	22,91015	22,30513	25,47341
	10	23,179717	23,24502	23,17972	22,52996	25,87769
	∞ (Métal)	23,918431	23,92755	23,91843	23,90656	29,33351

Tableau 3: Température critique de flambement T_{cr} de matériau à gradation fonctionnelle (FGM) de plaques carrées sandwich sous température non-linéaire à travers l'épaisseur ($\gamma = 5$) [11].

système	T_{cr}						
	k	a/h	Théorie				
			Présent	SSDPT	TSDPT	FSDPT	CPT
(1-0-1)	1/2	5	21,613374	21,62877	21,61337	21,34245	25,21986
		10	5,9099593	5,91108	5,90995	5,88890	6,16255
		15	2,5823927	2,58262	2,58239	2,57804	2,63342
		25	0,8198220	0,81985	0,81982	0,81924	0,82651
		50	0,0638021	0,06380	0,06380	0,06376	0,06422
	2	5	23,029261	23,06830	23,02926	22,52869	25,96247
		10	6,1244940	6,12734	6,12449	6,08684	6,32487
		15	2,6480049	2,64858	2,64800	2,64029	2,68827
		25	0,8210771	0,82115	0,82107	0,82005	0,82634
		50	0,0405094	0,04051	0,04052	0,04044	0,04083
(2-1-2)	1/2	5	21,338219	21,35073	21,33821	21,08306	24,91597
		10	5,8356666	5,83656	5,83566	5,81584	6,08637
		15	2,5487514	2,54893	2,54875	2,54466	2,59941
		25	0,8074418	0,80746	0,80744	0,80689	0,81408
		50	0,0604839	0,06048	0,06048	0,06044	0,06090
	2	5	22,352753	22,38252	22,35275	21,89054	25,02775
		10	5,8983881	5,90053	5,89838	5,86398	6,08019
		15	2,5348883	2,53532	2,53488	2,52783	2,57139
		25	0,7701130	0,77017	0,77011	0,76918	0,77488
		50	0,0166828	0,01668	0,01668	0,01662	0,01698
(1-1-1)	1/2	5	21,124378	21,13243	21,12437	20,89907	24,74530
		10	5,7909153	5,79146	5,79091	5,77339	6,04523
		15	2,5308429	2,53095	2,53084	2,52722	2,58225
		25	0,8024689	0,80248	0,80247	0,80199	0,80921
		50	0,0607867	0,06078	0,06078	0,06075	0,06121
	2	5	21,983039	22,00152	21,98303	21,58175	24,69501
		10	5,8124712	5,81379	5,81247	5,78254	5,99723
		15	2,4975630	2,49783	2,49756	2,49144	2,53467
		25	0,7569982	0,75703	0,75699	0,75619	0,76185
		50	0,0136346	0,01363	0,01363	0,01358	0,01393
(1-2-1)	1/2	5	20,803752	20,80527	20,8037	20,63465	24,5468
		10	5,7353205	5,73535	5,73532	5,72216	5,99959
		15	2,5114287	2,51143	2,51144	2,50871	2,56491
		25	0,7993391	0,79933	0,79933	0,79897	0,80635
		50	0,0640276	0,06402	0,06402	0,06400	0,06446
	2	5	21,546793	21,54917	21,54679	21,24818	24,49836
		10	5,7536804	5,75380	5,75368	5,73116	5,95651
		15	2,4820237	2,48205	2,48202	2,47740	2,52284
		25	0,7594596	0,75946	0,75946	0,75885	0,76480
		50	0,0227921	0,02279	0,02279	0,02275	0,02312

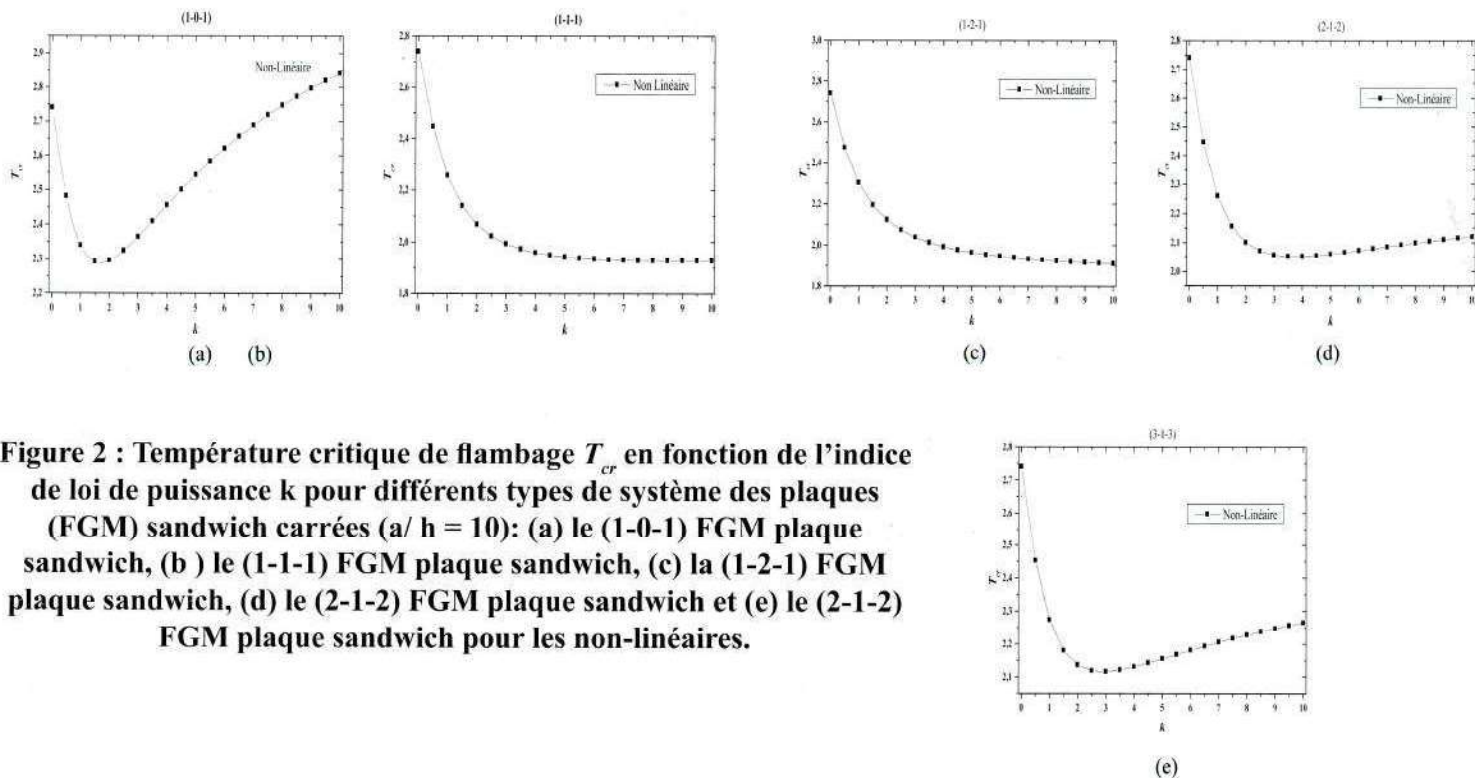


Figure 2 : Température critique de flambage T_{cr} en fonction de l'indice de loi de puissance k pour différents types de système des plaques (FGM) sandwich carrées ($a/h = 10$): (a) le (1-0-1) FGM plaque sandwich, (b) le (1-1-1) FGM plaque sandwich, (c) la (1-2-1) FGM plaque sandwich, (d) le (2-1-2) FGM plaque sandwich et (e) le (2-1-2) FGM plaque sandwich pour les non-linéaires.

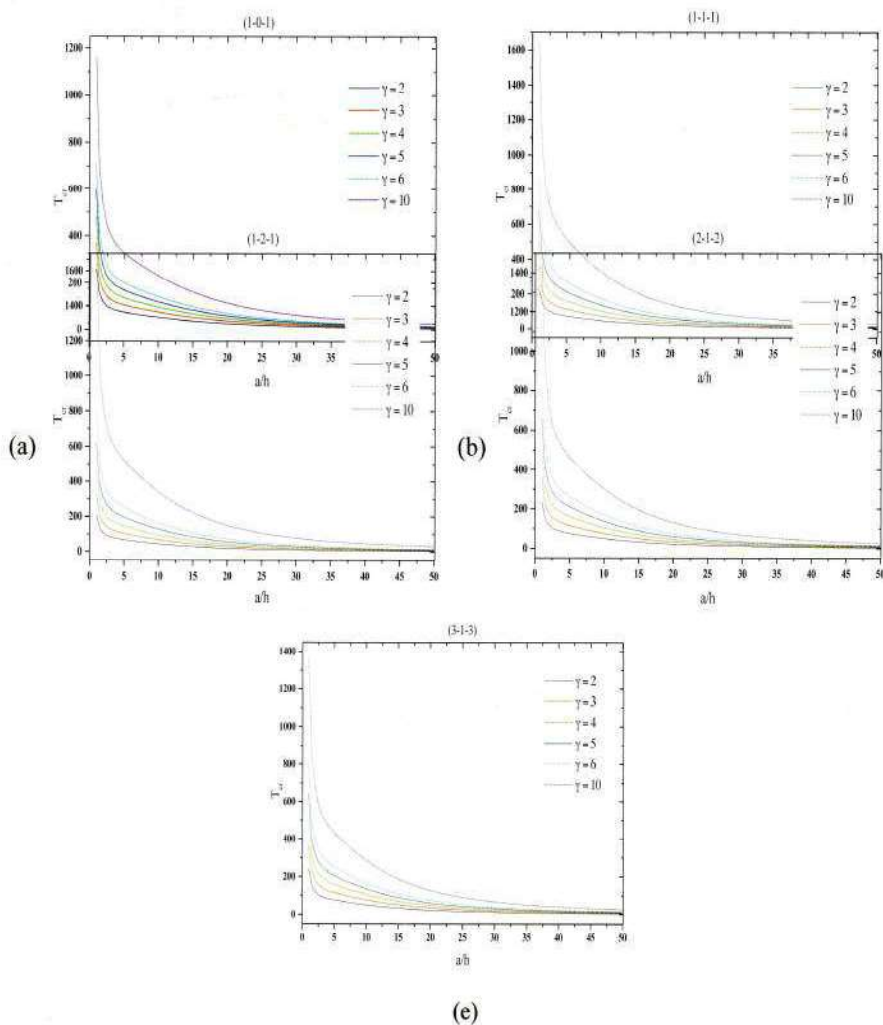


Figure 3 : Température critique du flambage T_{cr} en fonction du rapport a/h pour différents types de système des plaques (FGM) sandwich carrées ($a/h = 10$): (a) le (1-0-1) FGM plaque sandwich, (b) le (1-1-1) FGM plaque sandwich, (c) la (1-2-1) FGM plaque sandwich, (d) le (2-1-2) FGM plaque sandwich et (e) le (2-1-2) FGM plaque sandwich pour les non-linéaires.

7. CONCLUSION

Les températures critiques de plaques FGM sandwich simplement appuyées ont été analysées à l'aide d'une nouvelle théorie de la plaque raffinée. La théorie permet la distribution parabolique des contraintes de cisaillements transversaux et satisfait aux conditions aux limites sur les surfaces de la plaque sans l'aide de facteurs de correction de cisaillement. La température critique de flambement obtenu à l'aide de la théorie actuelle et d'autres théories de la plaque de déformation de cisaillement sont presque identiques. La température critique de flambage diminue au fur et à mesure que le rapport d'un côté à l'épaisseur et la plaque à rapport d'aspect augmente. La température critique de flambement des FGM plaque sandwich sous température non-linéaire dans l'épaisseur augmente quand l'exposant de température γ augmente.

RÉFÉRENCES BIBLIOGRAPHIQUE

- [1] Reddy JN. Analysis of functionally graded plates. *Int J Numer Method Eng* 2000; 47: 663-684.
- [2] Bouazza M, Tounsi A, Adda-Bedia EA and Megueni A. Thermoelastic stability analysis of functionally graded plates: an analytical approach. *Comput Mater Sci* 2010; 49: 865-870.
- [3] Zenkour AM. A comprehensive analysis of functionally graded sandwich plates: part 1 deflection and stresses, part 2 – buckling and free vibration. *Int J Solids Struct* 2005; 42: 5224-5258.
- [4] Mechab I, Ait Atmane H, Tounsi A, Belhadj HA and Adda Bedia EA. A two variable refined plate theory for bending of functionally graded plates. *Acta Mech Sin* 2010; 26(6): 941.
- [5] Hadji L, Atmane HA, Tounsi A, Mechab I and Adda Bedia EA. Free vibration of functionally graded sandwich plates using four variable refined plate theory. *Appl Math Mech* 2011; 32(7): 925-942.
- [6] Ameer M, Tounsi A, Mechab I and Adda Bedia EA. A new trigonometric shear deformation theory for bending analysis of functionally graded plates resting on elastic foundations. *KSCE J Civil Eng* 2011.
- [7] El Meiche N, Tounsi A, Ziane N, Mechab I and Adda Bedia EA. A new hyperbolic shear deformation theory for buckling and vibration of functionally graded sandwich plate. *Int J Mech Sci* 2011; 53: 237-247.
- [8] Mohamed Bourada, Abdelouahed Tounsi, Mohammed Sid Ahmed Houari and El Abbes Adda Bedia. A new four-variable refined plate theory for thermal buckling analysis of functionally graded sandwich plates. *Int J of Sandwich Structures and Materials* 2012; 14(1). 5-33.
- [9] Zenkour AM and Sobhy M. Thermal buckling of various types of FGM sandwich plates. *Compos Struct* 2010; 93: 93-102.